

Sprawozdanie



Laboratorium Problemowe, Automatyka i Robotyka, I rok studiów magisterskich

Prowadzący:

dr inż. Andrzej Tutaj

Projekt przygotowali:

Dorian Chrzanowski,

Paweł Tomasik,

Krzysztof Wesołowski

Kraków, 1 marca – 21 czerwca 2011

Spis treści

1	Wprowadzenie	3
1.1	Opis obiektu sterowania.....	3
1.2	Sposób modelowania obiektu	4
1.3	Sterowanie obiektem	4
2	Opis środowiska pracy.....	4
2.1	Karta pomiarowa	4
2.2	Środowisko Matlab/Simulink	4
3	Modelowanie.....	5
3.1	Metoda strojonego modelu (krótki opis idei)	5
3.2	Układ silnik - śmigło.....	6
3.2.1	Pomiar siły ciągu w funkcji sterowania	6
3.2.2	Pomiar prędkości śmigła w funkcji sterowania	8
3.2.3	Synteza zależności siły ciągu od prędkości	10
3.2.4	Modelowanie dynamiki układu nieliniowego	10
3.3	Modelowanie ruchu belki.....	12
3.3.1	Moment niewyważenia	13
3.3.2	Moment bezwładności oraz tarcia w osi zamocowania.....	13
4	Linearyzacja modelu.....	16
4.1	Przygotowanie modelu do linearyzacji.....	17
4.2	Dobór punktu pracy.....	17
4.3	Parametry modelu zlinearyzowanego.....	18
5	Synteza regulatora.....	19
5.1	Regulator od stanu obiektu	19
5.2	Synteza dyskretnej wersji LQ.....	19
5.3	Wprowadzenie całki uchybu położenia do regulatora	20
5.3.1	Prosty człon całkujący.....	20
5.3.2	Człon całkujący zintegrowany z obiektem i regulatorem	21
5.3.3	Anti-Windup dla członu całkującego	22
6	Wykorzystanie obserwatora do odtwarzania stanu.....	23
6.1	Obserwator Kalmana (wersja dyskretna).....	24
6.2	Odtwarzanie stałego zakłócenia.....	25
7	Podsumowanie	26
7.1	Wykonane elementy projektu.....	26
7.2	Możliwości rozbudowy/modyfikacji obecnego sterownika	26
8	Bibliografia.....	27
9	Spis ilustracji.....	27
9.1	Rysunki	27
9.2	Wykresy	27

1 Wprowadzenie

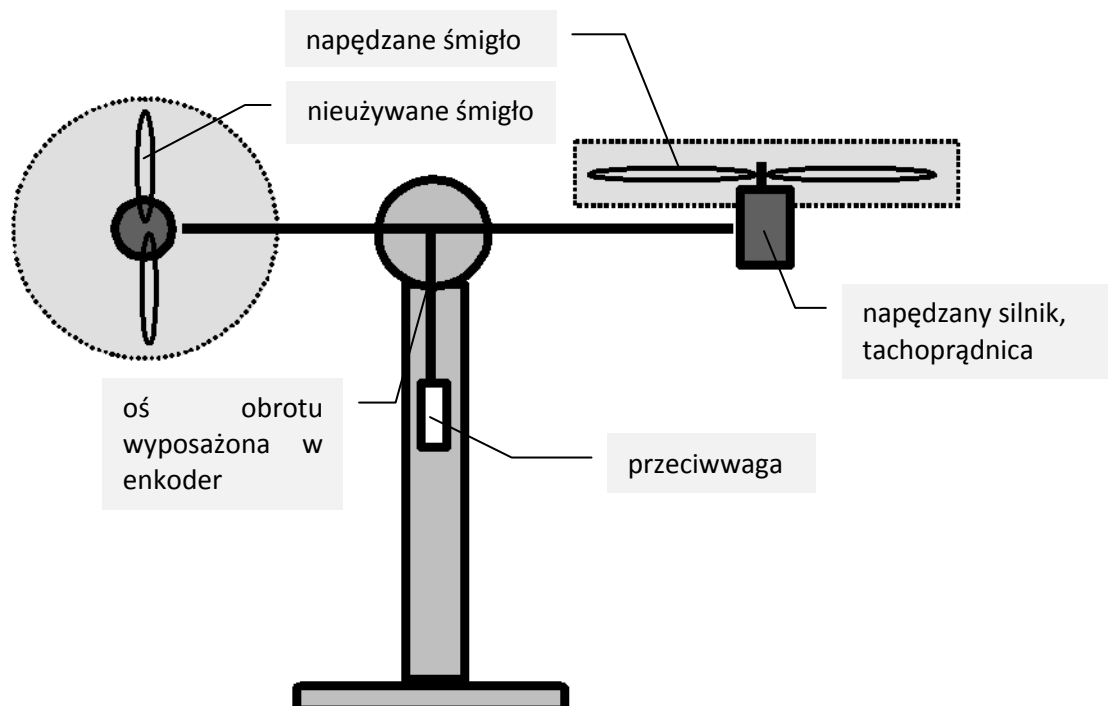
Przedmiotem sprawozdanie jest przygotowanie sterownika dla jednej osi swobody modelu śmigłowca. W celu przygotowania sterownika wykorzystano nowoczesne metody szybkiego prototypowania (Rapid Prototyping) i projektowania opartego o model (MBD, Model Based Design).

Wykorzystano w tym celu środowisko zbudowane w oparciu o oprogramowanie Matlab/Simulink, kartę IO oraz elementy wykonawcze. Pozwoliło to na szybkie (poniżej 30 godzin) przygotowanie modelu obiektu, wybór metody jego sterowania, zaimplementowanie jej i osiągnięcie bardzo dobrych rezultatów.

Warto w tym miejscu zaznaczyć, że przygotowano w ten sposób tylko prototyp sterownika, nie nadający się do zastosowania przed zaimplementowaniem go w docelowym układzie sterującym.

1.1 Opis obiektu sterowania

Obiektem sterowania jest model helikoptera o 1 osi swobody. Jako fizyczny obiekt zastosowano helikopter o 2 osiach swobody (Inteco, 2011), z zablokowaną możliwością ruchu w osi Yaw.



Rysunek 1 - Schemat obiektu sterowania

Jest to system o jednym wejściu (sterowanie silnikiem napędzającym śmigło) i wielu wyjściach (położenie belki mierzone przez enkoder oraz prędkość śmigła mierzona przez tachoprądnice).

1.2 Sposób modelowania obiektu

W celu zastosowania MBD zdecydowano o przygotowaniu w pełni nieliniowego modelu badanej części śmigłowca. Wybrano 3 kluczowe dla modelu zmienne stanu – położenie belki, prędkość kątową śmigła, prędkość kątową belki. O szczegółowej strukturze poszczególnych elementów modelu zdecydowano dopiero po zebraniu danych eksperymentalnych. Pozwoliło to dopasować ją do potrzeb tego konkretnego obiektu. Szczegółowy opis struktury modelu znaleźć można w częściach:

- 3.2 - Układ silnik - śmigło
- 3.3 - Modelowanie ruchu belki

1.3 Sterowanie obiektem

Celem sterowania była stabilizacja obiektu w wybranym punkcie pracy. Docelowo obiekt miał być odporny zarówno na zakłócenia o charakterze szumu z zerową wartością średnią jak i stałe zakłócenia.

Wybrano regulator liniowo-kwadratowy (LQ), współpracujący z obserwatorem – filtrem Kalmana odtwarzającym zmienne stanu. Wprowadzano również modyfikacje zarówno do obserwatora jak i regulatora, mające na celu zwiększenie odporności układu na opisane powyżej zakłócenia.

W dalszej części opracowania w ramach prezentacji przebiegów testowych często wykorzystywać będziemy wspominać o filtrze Kalmana czy regulatorze LQ jeszcze przed ich wprowadzeniem (odpowiednio w rozdziałach **Błąd! Nie można odnaleźć źródła odwołania.** i 5). Spowodowane jest to hęcią uporządkowania opisu tematycznie, podczas gdy faktyczny rozwój aplikacji sterującej był bardziej złożony.

2 Opis środowiska pracy

2.1 Karta pomiarowa

Do komunikacji pomiędzy komputerem sterującym a końcówkami mocy i czujnikami wykorzystano kartę pomiarową PCI. Była to karta RT-DAC4/PCI, zamontowana w komputerze będącym częścią środowiska testowego.

RT-DAC4/PCI (Real-Time Data Acquisition Board) jest wielofunkcyjną cyfrową kartą do rejestrowania danych i sterowania w systemach czasu rzeczywistego w środowisku Windows. Zawiera ona układ FPGA firmy Xilinx, z rodziny Spartan II. Komunikuje się z systemem przez układ PLX 9030 i magistralę PCI. Technologia FPGA w połączeniu z wykorzystaniem języków programowania sprzętu umożliwia przeniesienie złożonych operacji cyfrowego przetwarzania danych pomiarowych i kształtowania sygnału sterującego na poziom sprzętu oraz zmianę funkcji karty z poziomu programowego bez konieczności zmian sprzętowych. (Bałys, 2006).

2.2 Środowisko Matlab/Simulink

Jako środowisko wykorzystywano pakiet Matlab/Simulink, wyposażony w przyborki:

- Real Time Workshop

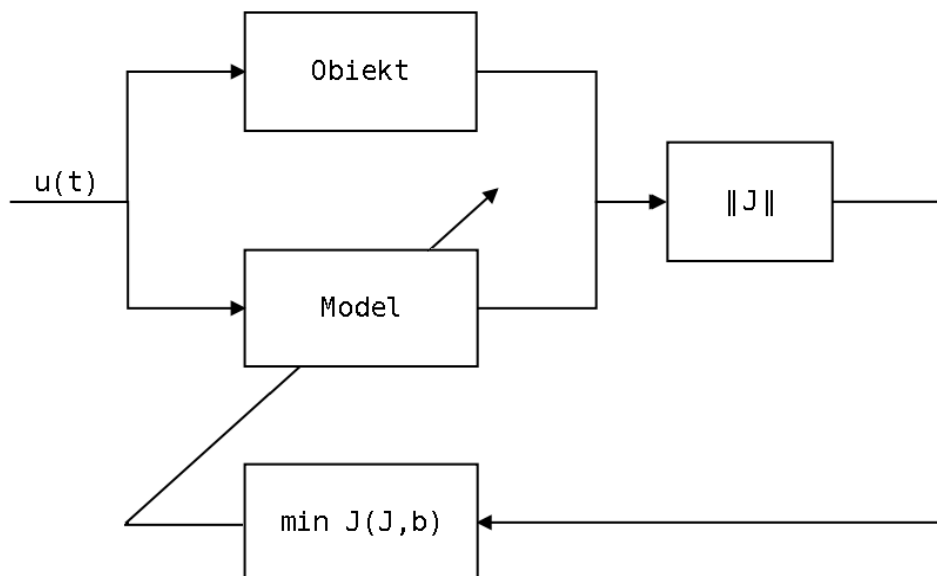
- Real Time Windows Target
- biblioteka do karty RT-DAC4/PCI

W pakiecie tym zbudowano modele zgodnie z opisem w rozdziale 3. Wykorzystano go również do implementacji regulatora oraz optymalizacji samego modelu jak i nastaw regulatora.

3 Modelowanie

3.1 Metoda strojonego modelu (krótki opis idei)

Metoda strojonego modelu polega na identyfikacji parametrów modelu, poprzez minimalizację wskaźnika wyliczanego na podstawie zarejestrowanej odpowiedzi obiektu oraz odpowiedzi modelu otrzymanej podczas symulacji. Zmieniając strukturę modelu lub tylko jego współczynniki dopasowuje się jego odpowiedź do otrzymanej na drodze eksperymentu odpowiedzi obiektu. Przyjętym wskaźnikiem jakości była całka z kwadratu różnicy przebiegu zarejestrowanego oraz obliczonego na podstawie modelu.



Rysunek 2 - Schemat działania metody strojonego modelu

Aby na drodze optymalizacji statycznej dobrać oba współczynniki, zbudowano przybliżony model helikoptera w Simulinku.

Następnie przygotowywano funkcję przyjmującą wektor parametrów jako argument, wykonująca symulację i zwracającą obliczony wskaźnik jakości. Ponadto przygotowano skrypt w języku Matlab, korzystający z funkcji `fminsearch` oraz funkcji optymalizowanej:

```
oo = optimset('Display','on','TolX',.0001,'TolFun',.0001,'MaxFunEvals',200,'MaxIter',200);
y = fminsearch('szukaj',X,oo);
```

Warto zwrócić uwagę na problem doboru warunków początkowych. Często są one nieznane lub trudne w zmierzeniu, co utrudniałoby identyfikację (parametry modelu odwzorowywały błędy stanu początkowego zamiast zmian w modelu). Rozwiązaniem tej sytuacji może być uznanie warunków początkowych za składowe wektora wejściowego funkcji. Pozwala to na ich dopasowanie do odpowiedzi modelu i w efekcie najlepsze dopasowanie odpowiedzi obiektu i modelu.

3.2 Układ silnik - śmigło

Układ napędowy śmigłowca to układ składający się kolejno z wyjścia karty IO, wzmacniacza podającego sterowanie PWM na silnik DC, samego silnika oraz zamocowanego na nim śmigła.

Jest to układ, którego przybliżone, nieliniowe modelowanie wymaga uwzględnienia wielu elementów związanych z:

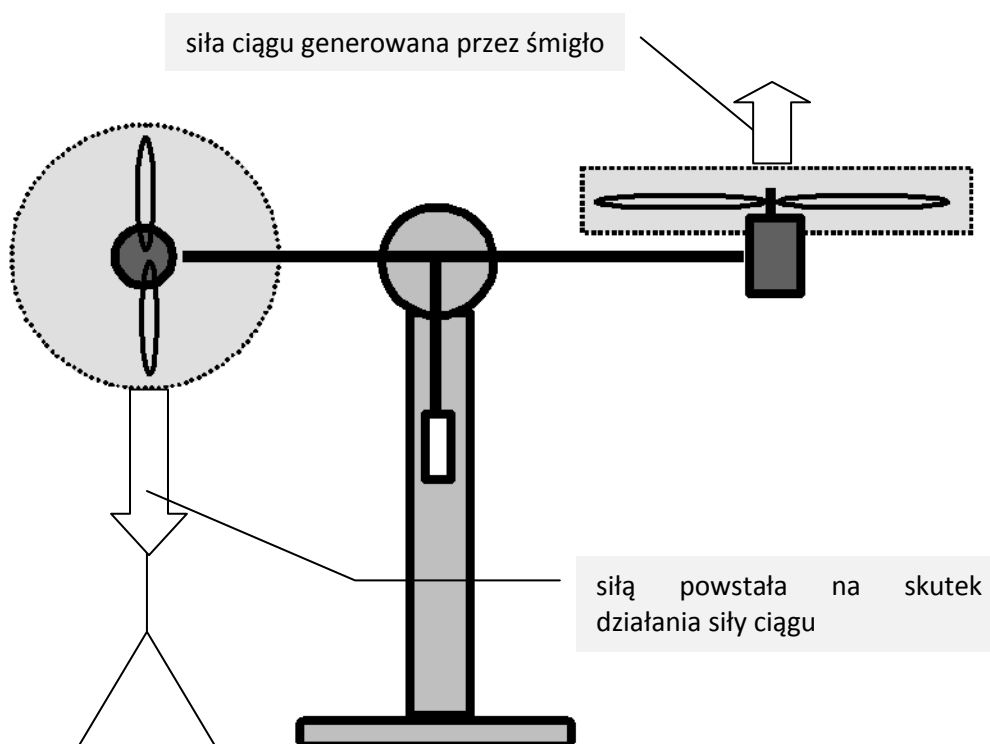
- dynamika silnika elektrycznego,
- moment bezwładności śmigła,
- tarcie w silniku i opory aerodynamiczne śmigła,
- zależnością pomiędzy prędkością obrotową śmigła a siłą ciągu.

Dużym ułatwieniem jest tachoprądnica mierząca prędkość obrotową śmigła.

3.2.1 Pomiar siły ciągu w funkcji sterowania

Pierwszym eksperymentem służącym wyznaczeniu charakterystyki statycznej obiektu było mierzenie siły ciągu w zależności od wartości sterowania podawanego na silnik. W tym celu wykorzystano wagę o dokładności 1g oraz szalkę z obciążnikami. Podstawę pomiarów ilustruje Rysunek 3. W zależności od kierunku siły ciągów stosowano liczbę ciężarków utrzymującą belkę w pozycji poziomej i mierzono wpływ sterowania na odchylenia wartości mierzonej przez wagę.

Umieszczenie wagi pod ogonem helikoptera pozwoliło na wyeliminowanie wpływu strumienia powietrza na pomiary.



Rysunek 3 - Idea eksperymentu służącego wyznaczeniu siły ciągu

Stosując powyższy schemat zmierzono wartość odchylenia w gramach, którą z kolei przeliczono na siłę w niutonach. Wykorzystując parametry śmigłowca dokonano zamiany siły przyłożonej do ogona na moment. Wynik obliczeń przedstawia Tabela 1, ilustruje je również Wykres 1. W trakcie ich przeprowadzania wykorzystano następujące wartości:

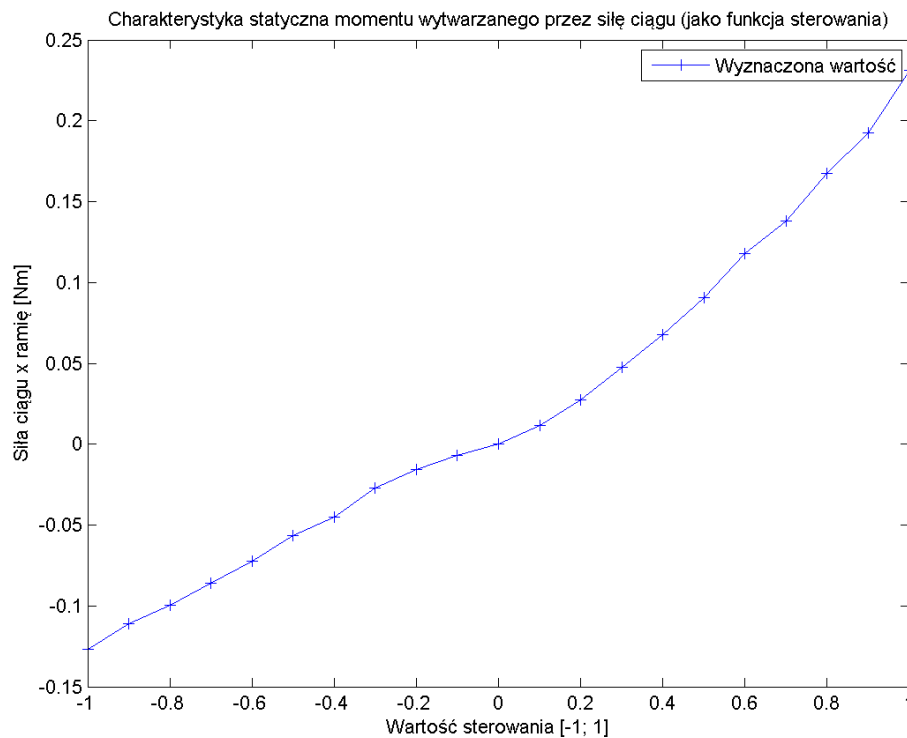
$g = 9.81 \left[\frac{N}{kg} \right]$, gdzie g to stała grawitacji,

$l_k = 0.255 [m]$, gdzie l_k to długość krótszego ramienia.

Tabela 1 - Wyniki zależności momentu i siły ciągu w funkcji sterowania

U	$\Delta m [g]$	Siła [N]	Moment [Nm]
-1	-56	-0.55	-0.14
-0.9	-49	-0.48	-0.12
-0.8	-44	-0.43	-0.11
-0.7	-38	-0.37	-0.10
-0.6	-32	-0.31	-0.08
-0.5	-25	-0.25	-0.06
-0.4	-20	-0.20	-0.05
-0.3	-12	-0.12	-0.03
-0.2	-7	-0.07	-0.02
-0.1	-3	-0.03	-0.01
0	0	0.00	0.00
0.1	5	0.05	0.01
0.2	12	0.12	0.03

0.3	21	0.21	0.05
0.4	30	0.29	0.08
0.5	40	0.39	0.10
0.6	52	0.51	0.13
0.7	61	0.60	0.15
0.8	74	0.73	0.19
0.9	85	0.83	0.21
1	102	1.00	0.26



Wykres 1 - Zależność momentu generowanego przez śmigło od sterowania

3.2.2 Pomiar prędkości śmigła w funkcji sterowania

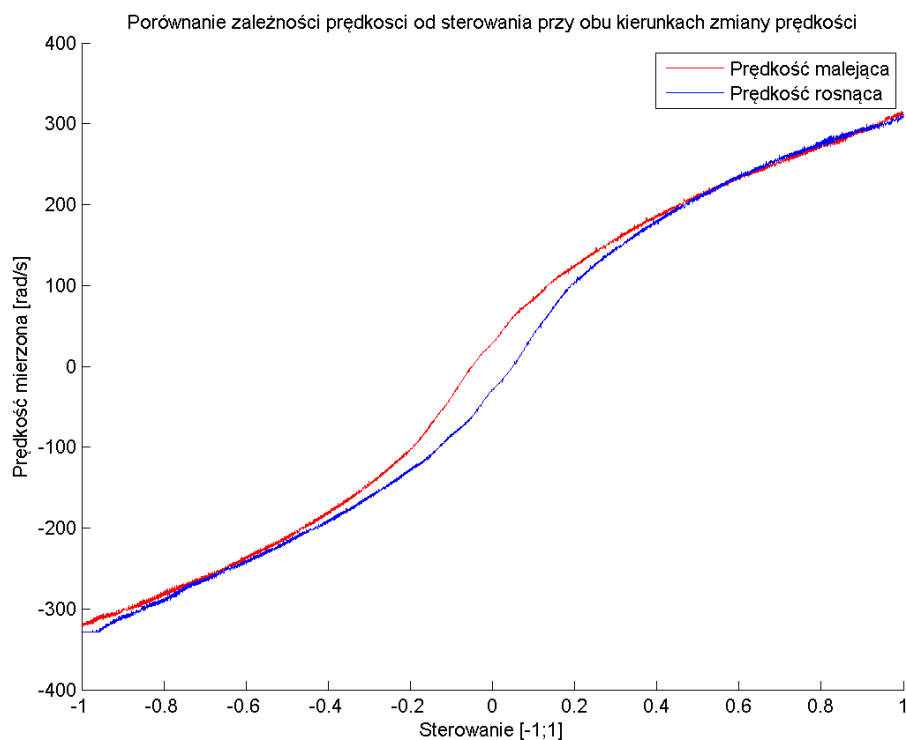
Kolejną ważną do wyznaczenia charakterystyką statyczną była zależność prędkości śmigła od sterowania. W trakcie pomiaru należałoby w jak największej ilości punktów pomiarowych (wartościach sterowania) poczekać na ustalenie się prędkości śmigła a następnie odczytać prędkość w każdym z nich.

Aby przyspieszyć ten żmudny eksperyment zdecydowaliśmy się na pomiar prędkości przy wolnozmiennym sterowaniu. W trakcie dwóch eksperymentów najpierw zarejestrowaliśmy przebieg dla U zmieniającego się od -1 do 1, a następnie dla U zmieniającego się od 1 do -1.

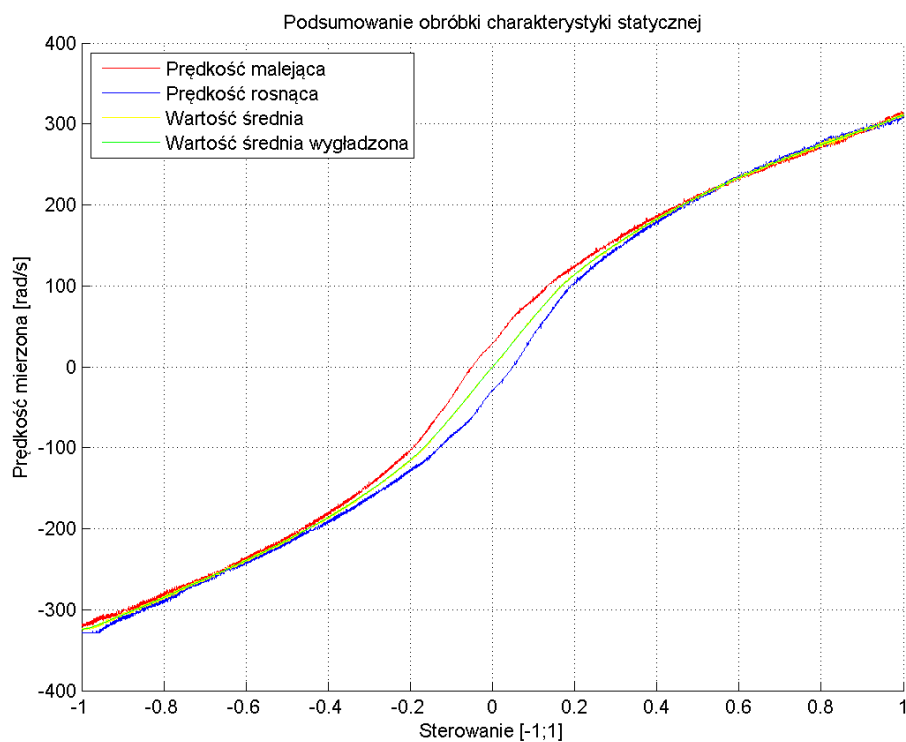
Wynik eksperymentu przedstawia Wykres 2. Niestety prędkość była kompromisem pomiędzy ilością danych, która udawało się bezproblemowo zebrać w środowisku Matlab/Simulink a chęcią uzyskania jak najmniejszej histerezy.

Dalsza obróbka danych polegała na obliczeniu średniej prędkości przy danym sterowaniu (średnia arytmetyczna obu przebiegów), oraz na wygładzeniu otrzymanej różnicy (wartość oryginalna była zaszumiona ze względu na szумы w sygnale mierzonym na tachoprądnicy).

W celu wygładzenia różnicy zastosowano filtrację średnią ruchomą, o ilości próbek równej 200. Ponieważ dane zbierano z częstotliwością próbkowania 10ms, szerokość okna filtru wynosiła 2s.



Wykres 2 - Zmierzona zależność prędkości śmigła od sterowania



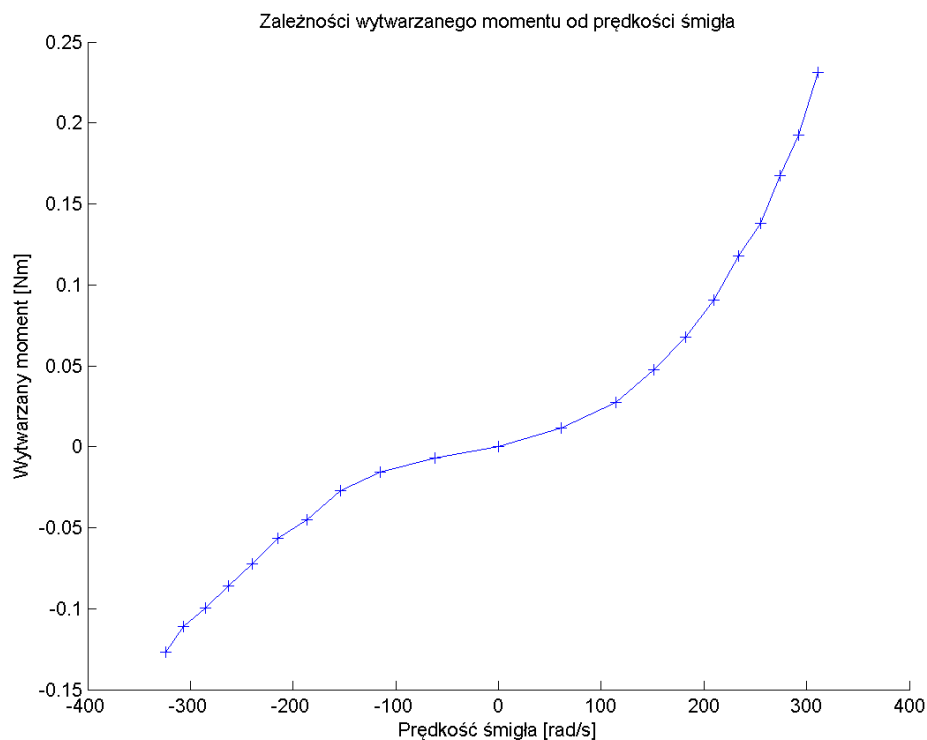
Wykres 3 - Zależność prędkości śmigła od sterowania po obróbce

Aproksymacje funkcjami pierwszego stopnia wybrano ze względu na chęć użycia bloku Lookup Table do modelowania zmierzonej charakterystyki statycznej. Pozwala na to zastosowanie funkcji oprogramowania Matlab (przyjmującej dane rzeczywiste, liczbę węzłów i dopasowującej funkcje sklejając minimalizując różnicę kwadratów):

```
app = spap2(kcount-1,2,psc_meas_x, psc_meas_y);
```

3.2.3 Synteza zależności siły ciągu od prędkości

Oba pomiary pomagały nam odtworzyć zależności siły ciągu i prędkości od sterowania. W rzeczywistym modelu będziemy jednak potrzebowali na podstawie mierzonej prędkości obliczać siłę ciągu. Ponieważ obliczając wartości w Lookup Table wyrażające zależność prędkości od sterowania zadbano o wybór punktów -1;0.1;1, synteza tej zależności sprowadza się do sparowania wartości prędkości i siły ciągu. W wyniku takiej operacji otrzymamy kolejną lookup table. Jej kształt ilustruje Wykres 4.

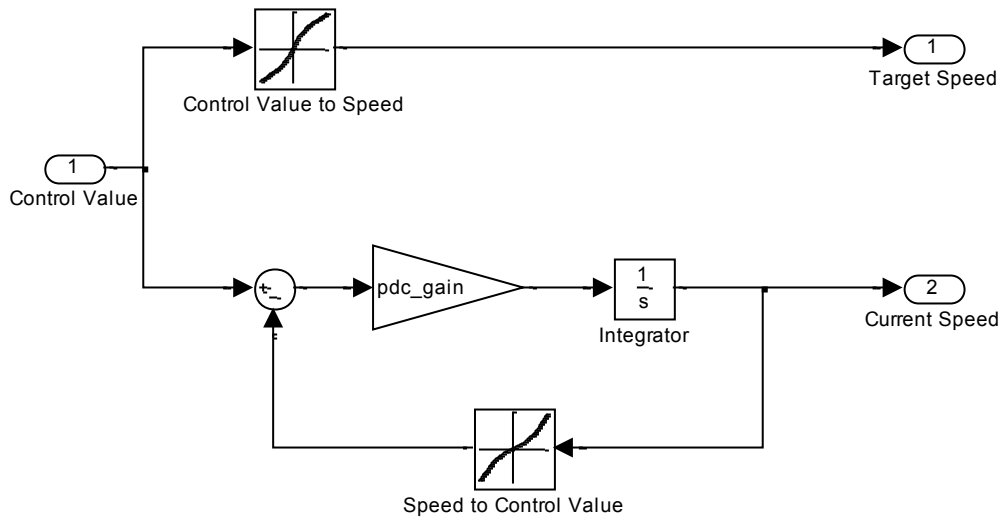


Wykres 4 - Zależność momentu od prędkości śmigła

Odtworzona charakterystyka odpowiada kształtem zależnościom teoretycznym (zależność kwadratowa, niesymetryczna budowa śmigła). Użyjemy tej zależności w celu zamodelowania modelu układu śmigła – silnik.

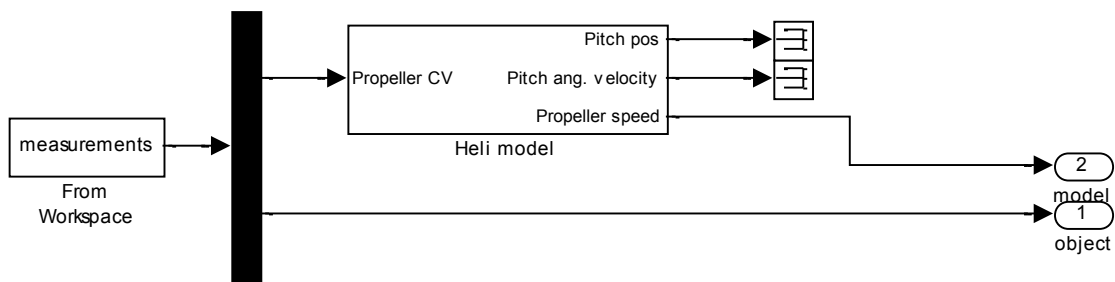
3.2.4 Modelowanie dynamiki układu nieliniowego

W celu zamodelowania nieliniowej charakterystyki użyto następującego modelu, który przedstawia Rysunek 4. Istotnym parametrem opisującym działanie układu jest wartość wzmocnienia opisana, jako pdc_gain (propeller dynamic characteristic gain). W celu wyznaczenie tej zmiennej wykorzystano metodę strojonego modelu (patrz 3.1).



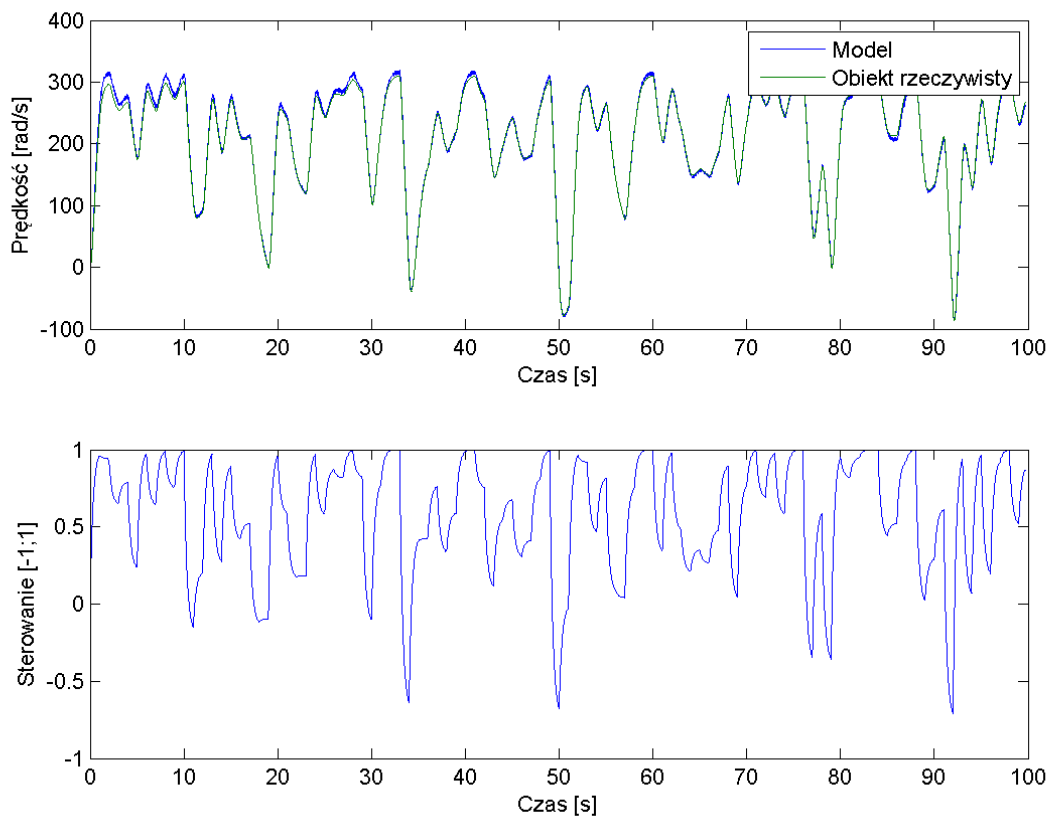
Rysunek 4 - Model dynamiki prędkości śmigła w funkcji sterowania

W celu przeprowadzenia identyfikacji skonstruowano schemat porównujący wartość wyjścia z wartością mierzoną, napisano funkcję obliczającą różnicę oraz przygotowano funkcję, która obliczała wielkość błędu dla różnych wartości pdc_gain .



Rysunek 5 - Schemat używany do porównywania prędkości śmigła w modelu i obiekcie

Ostatecznie obliczona wartość współczynnika pdc_gain wyniosła $5.075 \cdot 10^2 [\frac{\text{rad}}{\text{s}^2}]$. Dla tej wartości zapisano również przebiegi będące efektem optymalizacji (wraz ze sterowaniem dla porównania). Wykres 5 ilustruje te przebiegi, pozwalając również intuicyjnie ocenić jakość przyjętego modelu jako bardzo dobrą.

Wykres 5 – Przebiegi dla optymalnej wartości pdc_gain

3.3 Modelowanie ruchu belki

Przyjęto następujący model fizyczny belki:

$$\varepsilon I = G \sin(\alpha - \phi_0) - \beta \omega + d \cdot F(n) \quad (1)$$

Gdzie:

ε - przyspieszenie kątowe belki

I - moment bezwładności

G - moment niewyważenia

α - kąt odchylenia belki

ϕ_0 - kąt niewyważenia belki

β - współczynnik tarcia

ω - prędkość kątowna belki

d - długość ramienia belki

$F(n)$ - siła ciągu w funkcji prędkości obrotowej śmigła

Z powyższych parametrów bezpośrednio mierzalne są: długość ramienia oraz kąt niewyważenia (odchylenie belki od pozycji zerowej w położeniu równowagi przy wyłączonym śmigle)

$$\phi_0 = -0.543 \text{ [rad]}$$

$$d = 0.235 \text{ [m]}$$

Zależność (1) to równanie różniczkowe nieliniowe, drugiego rzędu. Zakładając, że znana jest charakterystyka $F(n)$, długość ramienia oraz kąt niewyważenia, na podstawie analizy odpowiedzi układu możliwa jest identyfikacja momentu bezwładności, współczynnika tarcia oraz momentu niewyważenia.

3.3.1 Moment niewyważenia

Identyfikacja momentu niewyważenia wykonano poprzez doświadczalne dobranie takiego sterowania, które utrzymuje belkę w pozycji zerowej. W takiej sytuacji równanie (1) przyjmuje postać:

$$0 = G \sin(0 - \phi_0) + d \cdot F(n)$$

$$G = \frac{\sin(\phi_0)}{d \cdot F(n)} = -\frac{0.009477}{0.0415} = -0.2281 \text{ [Nm]}$$

3.3.2 Moment bezwładności oraz tarcia w osi zamocowania

Identyfikację momentu bezwładności oraz współczynnika tarcia wykonano dwiema metodami: metodą strojonego modelu oraz poprzez przybliżenie układu modelem liniowym drugiego rzędu (oscylator harmoniczny tłumiony)

Przesuwając układ współrzędnych tak, by kąt wychylenia belki przyjmował wartość zero w punkcie równowagi przy zatrzymanym śmigle, oraz linearyzując model w tymże punkcie, równanie (1) przyjmuje postać:

$$\ddot{x}I = Gx - \beta \dot{x}$$

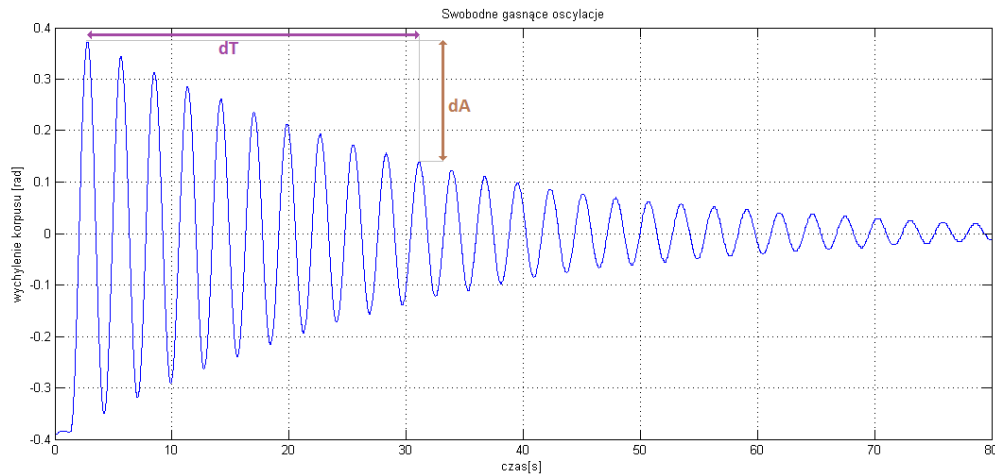
Można wykazać, że dla układu opisanego powyższym równaniem różniczkowym:

$$J = \frac{GT^2}{4\pi^2 + \Lambda^2}, \quad \beta = \frac{2J\Lambda}{T} \quad (2)$$

Gdzie T to okres drgań tłumionych, a Λ to dekrement tłumienia opisany zależnością (A_i - i-ta amplituda drgań):

$$\Lambda = \frac{1}{n} \log \frac{A_{i+n}}{A_i}$$

Zarejestrowano swobodne oscylacje belki.



Wykres 6 – Oscylacje swobodne gasnące

Zmierzono czas trwania 10 pełnych okresów (dT) oraz iloraz amplitud pierwszego i dziesiątego cyklu.

$$\Lambda = -0.1$$

$$T = 2.83s$$

co po podstawieniu do zależności (2) daje następujące wartości szukanych parametrów:

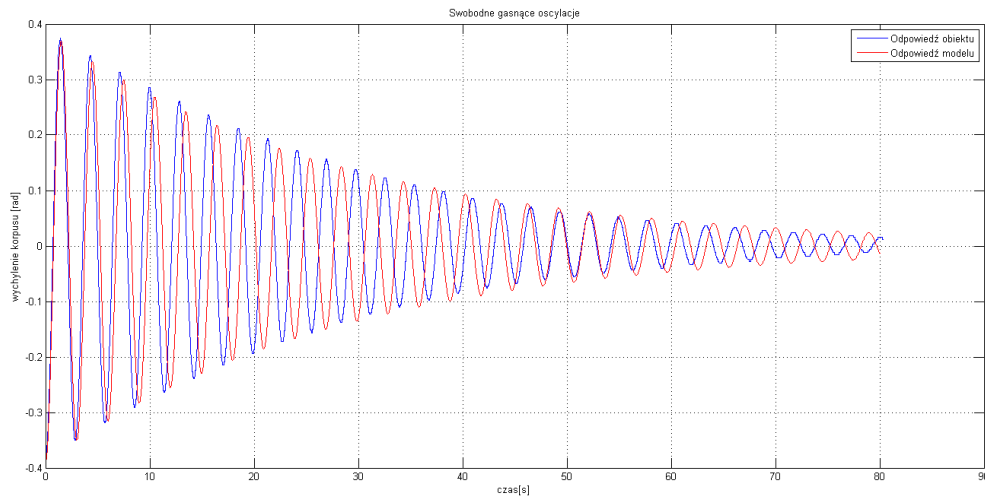
$$J = 0.0511 \text{ [kg}\cdot\text{m}^2\text{]}$$

$$\beta = 3.6 \cdot 10^{-3} \text{ [Nm}\cdot\text{s]}$$

W Simulinku zbudowano model odpowiadający obiektowi opisanemu równaniem (1). Jako początkowe położenie belki przyjęto wartość pierwszej próbki z zarejestrowanego przebiegu. Startowa wartość prędkości wynosiła 0. Odpowiadało to warunkom rzeczywistego eksperymentu, w którym odchylano belkę od położenia równowagi i puszczano rejestrując oscylacje położenia.¹ Horyzont czasowy ustalono na 80 sekund.

Jako parametry modelu wstawiono wartości wyznaczone analitycznie w poprzednim kroku. Wykres 7 przedstawia porównanie odpowiedzi modelu do zarejestrowanej trajektorii. Obserwujemy jakościowe podobieństwo pomiędzy przebiegami. Dość dobrze odwzorowany jest dekrement tłumienia. Wyraźną rozbieżność natomiast wykazuje okres drgań. Przyczyną jest fakt, że obiekt w rzeczywistości nie jest liniowy, a co za tym idzie założenie o stałości okresu wniosło obserwowaną niedokładność.

¹ W rzeczywistości rejestrację rozpoczynano wcześniej niż w momencie zwolnienia belki. Po zapisie danych obcinano początkowe wartości, tak aby początek zarejestrowanego przebiegu odpowiadał maksymalnemu wychyleniu i zerowej prędkości

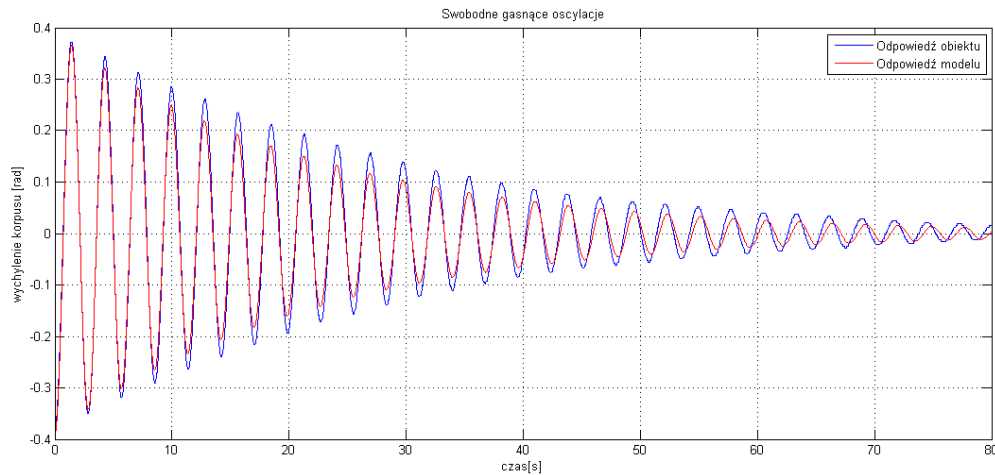


Wykres 7 – Metoda analityczna – odpowiedź obiektu i modelu

Następny krokiem było wykonanie identyfikacji metodą strojonego modelu. Za parametry optymalizacji przyjęto moment bezwładności oraz współczynnik tarcia. Wykorzystano wbudowaną w pakiet Matlab funkcję do bezgradientowego poszukiwania minimum – `fminsearch`. Jako dane startowe do optymalizacji wprowadzono wyniki uzyskane poprzednią metodą. Za wskaźnik jakości przyjęto całkę z kwadratu błędu (różnicy pomiędzy odpowiedzią modelu a zarejestrowaną odpowiedzią obiektu). Wykres 8 przedstawia przebieg zmian wskaźnika jakości w trakcie kolejnych wywołań funkcji. Wykres 9 przedstawia efekt optymalizacji. Niebieski wykres to zarejestrowany przebieg, czerwony zaś to odpowiedź modelu.



Wykres 8 - Zmiana wartości wskaźnika jakości w kolejnych iteracjach



Wykres 9 – Metoda strojonego modelu - Odpowiedź obiektu i modelu

W trakcie procedury strojenia otrzymano następujące wyniki:

$$J = 0.0460 [kg \cdot m^2]$$

$$\beta = 4.3 \cdot 10^{-3} [Nm \cdot s]$$

Różnią się one od tych wyznaczonych metodą analityczną o ok 20%. Można je jednak uznać za bardziej wiarygodne, ze względu na zdecydowanie większe podobieństwo przebiegów: teoretycznego i rzeczywistego.

Identyfikacja parametrów belki nasuwa kilka spostrzeżeń:

- Przybliżenie oporów ruchu tarcie wiskotycznym jest najprawdopodobniej głównym źródłem niedokładności modelowania
- Przy małych amplitudach drgań rzeczywiste tłumienie drgań jest silniejsze niż to wyznaczone teoretycznie. Tarcie w fizyce jest zjawiskiem bardzo trudnym do modelowania i przybliżanie go zależnością liniową musi prowadzić do niedokładności
- Kolumna helikoptera zablokowana jest w osi pionowej. Dla różnych prędkości śmigła moment generowany przez opór powietrza (kompensowany przez blokadę) jest inny. Fakt ten powoduje zmienną siłę docisku pomiędzy kolumną a blokadą, a w konsekwencji również zmienny współczynnik tarcia

4 Linearyzacja modelu

Zadaniem sterowania była stabilizacja obiektu w wybranym punkcie. Pozwoliło to na dobór tego punktu a następnie przybliżenie zachowania obiektu w jego otoczeniu modelem liniowym.

- nazwa modelu o strukturze opisanej na początku rozdziału 4,
- wartości początkowe dla algorytmu poszukiwania punktu równowagi, kolejno:
 - zmienne stanu X_0 ,
 - zmienna sterowania U_0 ,
 - zmienna wyjścia Y_0 .
- indeksy wartości:
 - dla których stan początkowy X_0 ,
 - dla których stan sterowania U_0 ,
 - dla których stan wyjścia Y_0 ,
 ma pozostać niezmienny w trakcie pracy algorytmu.

efektem działania funkcji jest zbiór parametrów charakteryzujących punkt równowagi:

```

xr =
    0.0000
   233.8823
   -0.0000

ur =
    0.6000

yr =
    0.0000
   233.8823
  
```

4.3 Parametry modelu zlinearyzowanego

Po dobraniu pełnego stanu równowagi możemy zająć się linearyzacją modelu w punkcie pracy. Zlinearyzowany model będzie dobrze opisywał dynamikę odchyłek od punktu równowagi, pod warunkiem że będą się one odbywały „w pobliżu” tego punktu.

Do linearyzacji używamy kolejnej funkcji oprogramowania Matlab:

```

[A,B,C,D]=linmod('hmodel',xr,ur);
Sc=ss(A,B,C,D);
  
```

Funkcja ta zwraca macierze stanu modelu odchyłkowego z których następnie od razu budujemy system ciągły LTI (Linear Time Invariant):

```

a =
           x1           x2           x3
x1           0           0           1
x2           0        -2.407           0
x3       -3.922       0.02112    -0.08693

b =
           u1
x1           0
x2       507.5
x3           0

c =
           x1  x2  x3
y1          1   0   0
y2          0   1   0
  
```

```
d =
      u1
y1      0
y2      0
```

5 Synteza regulatora

Dla liniowego modelu (a takim dysponujemy po linearyzacji) istnieje regulator od stanu, optymalny w sensie minimalizacji całkowitego kryterium jakości. Dobierzemy nastawy takiego regulatora, korzystając po raz kolejny z możliwości oprogramowania Matlab.

5.1 Regulator od stanu obiektu

Regulator od stanu (w przeciwieństwie do regulatorów operujących na wyjściu obiektu) pozwala na pełną i optymalną kontrolę obiektu dynamicznego. Jego konstrukcja wymaga znajomości modelu obiektu (który przygotowano w rozdziale 3) oraz bieżącego stanu systemu.

W naszym systemie 2 zmienne stanu są bezpośrednio mierzone.

5.2 Synteza dyskretnej wersji LQ

Ponieważ nasz system kontrolowany jest przez cyfrowy sterownik (komputer) z stałym okresem próbkowania, zbudujemy sterownik uwzględniający specyfikę dyskretnych systemów.

O ile obliczanie wartości wzmocnienia regulatora jest proste zarówno analitycznie (sprowadza się do rozwiązania układu kilku równań liniowo kwadratowych), o tyle wyzwaniem może być dobór współczynników do kryterium jakości.

Po wielu eksperymentach z jakością sterowania doszliśmy do dającej intuicyjnie dobre rezultaty macierzy:

```
lqQ = [1 0 0;
       0 0 0;
       0 0 0.01];
lqR = 0.1;
```

za syntezę regulatora odpowiada funkcja:

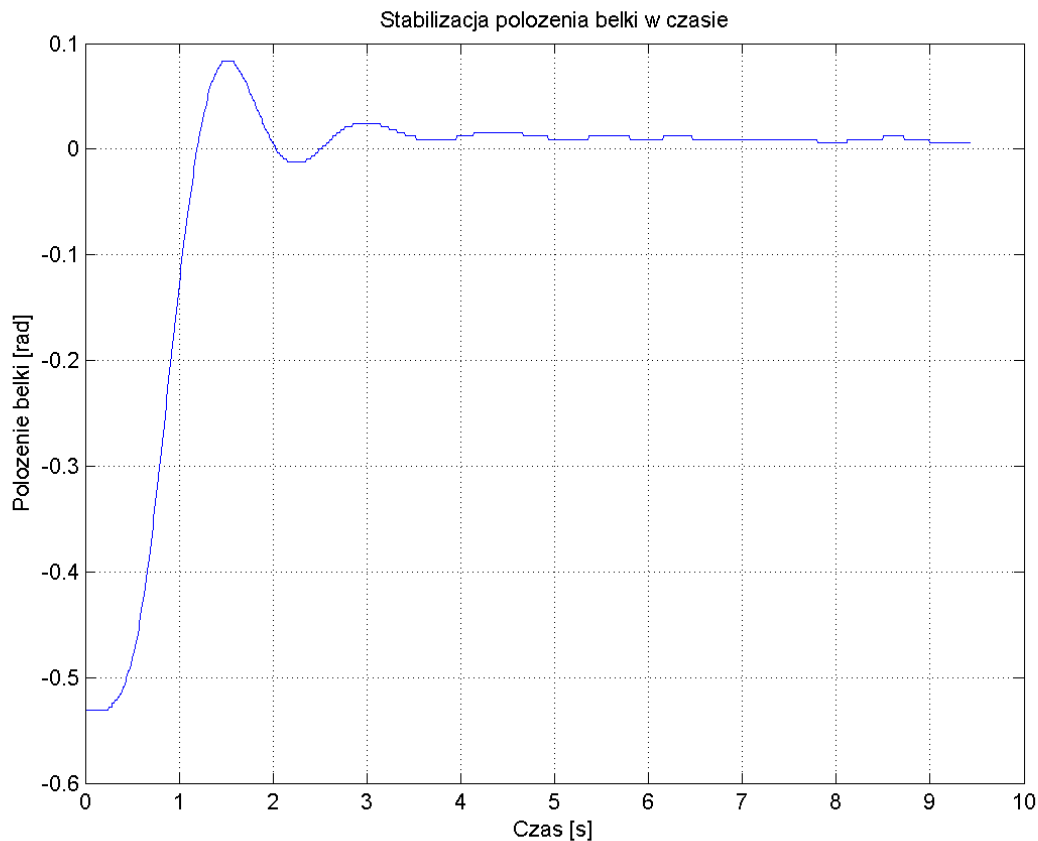
```
K = lqrd(lqA, lqB, lqQ, lqR, 0.01);
```

dyskretyzuje ona model ciągły i przy podanych macierzach wskaźnika jakości dobiera optymalne sterowanie.

Wynik takiej operacji gotowa do zastosowania w sprzężeniu zwrotnym macierz, taka że optymalne $u = -Kx$:

```
K =
    0.9813    0.0073    1.4746
```

Przykładowy przebieg ilustrujący działanie regulatora przedstawia Wykres 10.



Wykres 10 - Położenie belki śmigłowca w odpowiedzi na skok

5.3 Wprowadzenie całki uchybu położenia do regulatora

Regulator LQ jak każdy regulator proporcjonalny stabilizuje do zera tylko w gdy docelowa wartość zmiennych stanu i sterowania jest zerowa. W omawianym przypadku statyczny feedforward obliczony przy linearyzacji pozwala na stabilizację w punkcie równowagi.

Celem regulatora nie jest działanie przy różnych punktach zadanych, dlatego z tego punktu widzenia można by zakończyć projektowanie regulatora. W praktyce jednak występują inne czynniki, które mogą powodować niepożądaną zmianę punktu równowagi wokół którego pracuje regulator:

- niedokładności modelowania, gdyż na podstawie modelu wyznaczono zarówno punkt pracy jak i nastawy regulatora,
- zakłócenie zewnętrzne, takie jak na przykład przyłożony stały moment.

Chcąc uniknąć takiego odchylenia obiektu od zadanego punktu wprowadzono człon całkujący w dwóch wariantach omówionych kolejno w podrozdziałach 5.3.1 i 5.3.2.

5.3.1 Prosty człon całkujący

Pierwszym zastosowanym sposobem likwidacji uchybu była całka sumująca błąd i zwiększająca sterowanie. Dała ona satysfakcjonujące efekty (likwidację uchybu) przy dużych skutkach ubocznych – oscylacje).

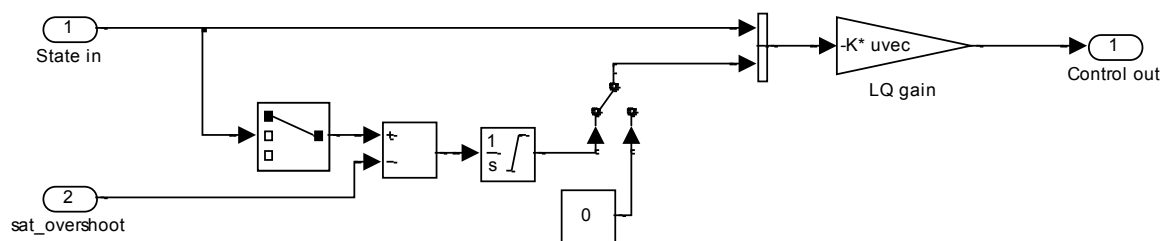
Nie przeanalizowano dokładniej jej działania, chcąc położyć nacisk na lepszą metodę likwidacji uchybu – integrację całki i regulatora LQ, gdzie całka staje się dodatkową zmienną stanu.

5.3.2 Człon całkujący zintegrowany z obiektem i regulatorem

Lepszym niż opisany w punkcie 5.3.1 sposobem na dodanie całki z uchybu jest zintegrowanie całki z regulatorem. Całka dla regulatora staje się elementem obiektu, a nastawy wyliczone są już dla rozszerzonego układu. Daje to szereg korzyści:

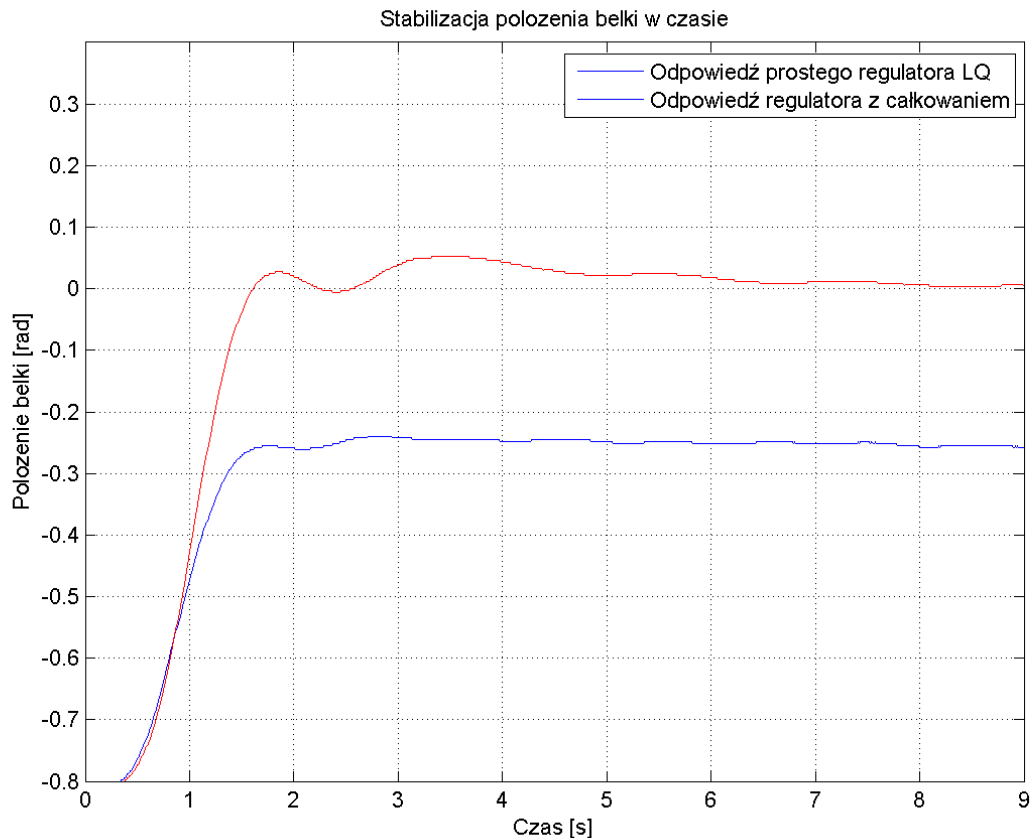
- spójny opis matematyczny (zmienia się tylko rząd obiektu),
- gwarancja stabilności układu zamkniętego (daje nam to regulator LQ),
- możliwość regulacji wrażliwości regulatora na odchyłkę wraz z pozostałymi parametrami w macierzy kosztów (całka jest dodatkową zmienną stanu).

Konstrukcję takiego regulatora przedstawia Rysunek 9. Głównym, istotnym z naszego punktu widzenia wejściem tak przygotowanego regulatora jest stan obiektu (3 zmienne, mierzone i odtwarzane, patrz rozdział **Błąd! Nie można odnaleźć źródła odwołania..** Wyjściem jest z kolei sterowanie, które po dodaniu do wartości feedforward jest podawana na silnik.



Rysunek 9 - Regulator LQ z dodanym całkowaniem

Efekt działania członu całkującego w sytuacji występowania stałego, nieuwzględnionego w modelu obciążenia przedstawia Wykres 11.



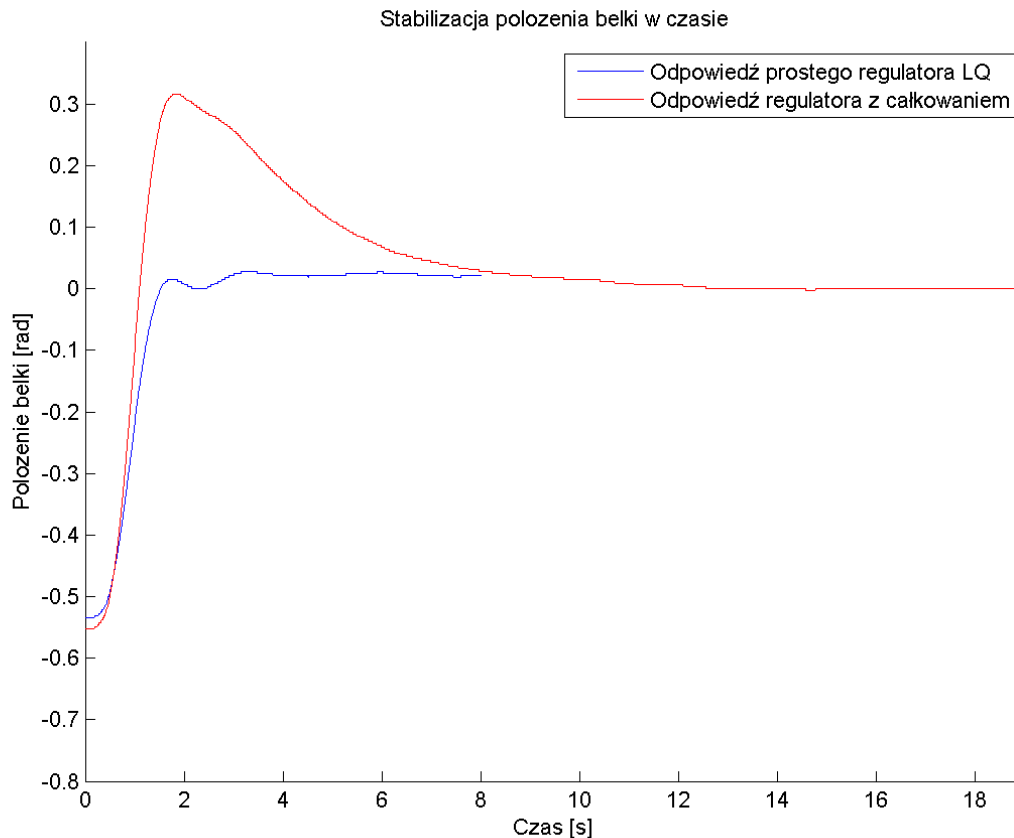
Wykres 11 - Porównanie odpowiedzi zakłóconego obiektu w zależności od zastosowanego regulatora

5.3.3 Anti-Windup dla członu całkującego

Dodatkowa zmienna stanu jest matematycznym zabiegiem pozwalającym wprowadzić do regulatora całkę z uchybu. Niezależnie od sposobu implementacji całkowanie takie zwiększa rząd układu, a w szczególności powoduje oscylacje. Jest to m.in. spowodowane całkowaniem błędów także w momencie gdy jest to już zabieg nieskuteczny – gdy wartość sygnału wyjściowego jest już i tak maksymalna.

Wykres 12 ilustruje wpływ całkowania na odpowiedź układu. Widoczne jest znaczne przeregulowanie wywołane wprowadzeniem części całkującej.

W celu zmniejszenia tego efektu stosuje się mechanizmy ograniczające całkowanie przy nasyceniu wyjścia. W projektowanym regulatorze zdecydowano się wykorzystać jedną z prostszych konstrukcyjnie strategii – wartość sterowania przewyższająca poziom nasycenia jest odejmowana od odchyłki stanu wchodzącej na całkę. Powoduje to zaprzestanie narastania lub nawet zmniejszenie wartości dodatkowej zmiennej stanu gdy nasycenie jest osiągnięte. Pomimo jego zastosowania odpowiedź niezakłóconego obiektu z i bez całki wskazuje, że całka jest rozwiązaniem którego należy używać z odpowiednią ostrożnością.



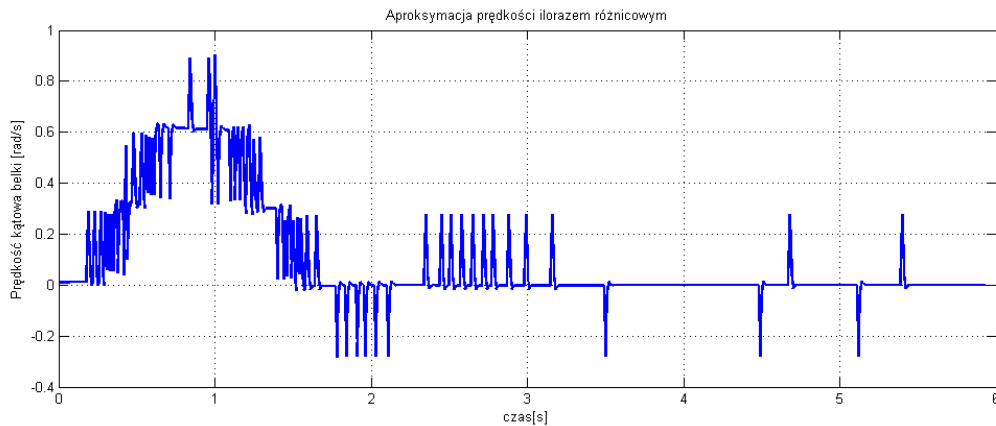
Wykres 12 - Wpływ całkowania na odpowiedź układu regulacji na skok

Szczegółowe informacje o zastosowanej i innych konstrukcjach anti-windup można znaleźć w opracowaniu (Instytut Sterowania i Elektroniki Przemysłowej, 2011).

6 Wykorzystanie obserwatora do odtwarzania stanu

Zasadniczą rolą obserwatora jest odtwarzanie tych zmiennych stanu obiektu, które nie są bezpośrednio mierzalne. W wielu jednak przypadkach wykorzystywana jest też inna jego własność, jaką jest filtracja zakłóceń. Gdy pomiar którejś ze zmiennych stanu obarczony jest dużym błędem, lub gdy szumy pomiarowe mają znaczną amplitudę, niekiedy lepsze wyniki daje obserwacja tej zmiennej stanu z wykorzystaniem obserwatora asymptotycznego niż bezpośrednie jej mierzenie.

W przypadku omawianego obiektu nie dysponujemy bezpośrednimi odczytami prędkości kątowej belki. Jest ona aproksymowana ilorazem różnicowym wskazań enkodera, jednak jakość tak wyliczonej wartości pozostawia wiele do życzenia. Problem ujawnia się głównie przy niewielkich prędkościach, gdzie w jednostce czasu enkoder zmienia swoje wskazania o jedną bądź dwie jednostki. Sytuację taką ilustruje Wykres 13. Jeśli sterowanie uzależnione będzie od mierzonej w ten sposób prędkości, to wartość zadana podawana na element wykonawczy będzie również cechowała się gwałtownymi pikami, co jest pod wieloma względami niekorzystne.



Wykres 13– Efekt różniczkowania odczytów z enkodera

6.1 Obserwator Kalmana (wersja dyskretna)

Z powodów opisanych we wstępie zdecydowano się na implementację obserwatora asymptotycznego, którego zadaniem miało być odtwarzanie prędkości kątowej belki. Zakładamy, że obiekt po linearyzacji i dyskretyzacji opisany może być równaniami:

$$x(k+1) = A_d x(k) + B_d u(k) + G w(k)$$

$$y(k) = C x(k) + v(k)$$

Gdzie człony $G w(k)$ oraz $v(k)$ odpowiadają odpowiednio za zakłócenia działające na obiekt i na jego wyjście. Do wyznaczenia wzmacnienia Kalmana (macierzy K) należało oszacować macierze kowariancji szumów (L i N). Zakłócenia, jakie oddziałują na omawiany obiekt i na jego wyjście nie spełniają oczywiście założeń teorii projektowania filtra Kalmana, ale praktyka pokazuje, że mimo to zastosowanie takiego filtra może przynieść dobre efekty. Arbitralnie przyjęto, że:

$$G = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 100 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}$$

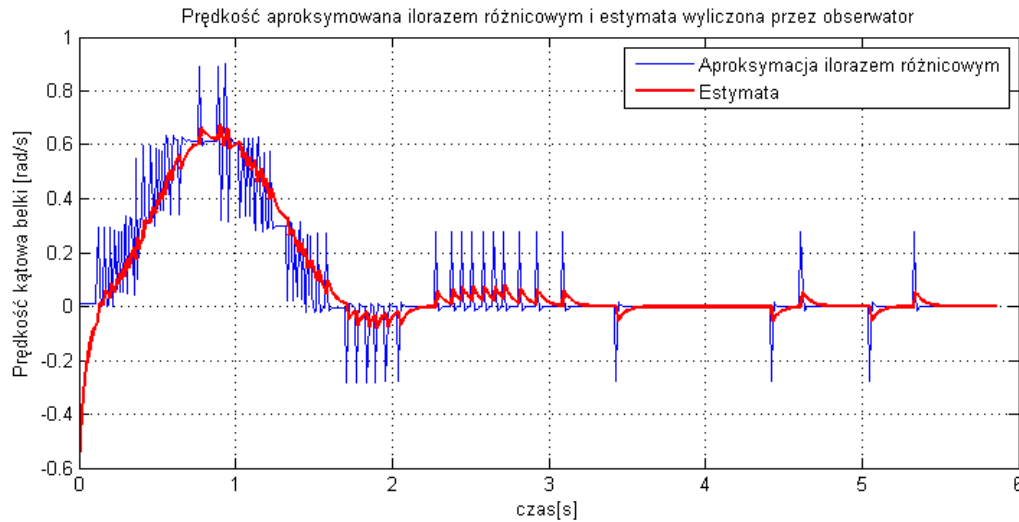
Obliczona na tej podstawie macierz K jest równa:

$$K = \begin{bmatrix} 0.12 & 2.4 \cdot 10^{-6} \\ 3 \cdot 10^{-5} & 0.97 \\ 0.2588 & 3.1 \cdot 10^{-4} \end{bmatrix}$$

Matematyczny opis dyskretnego obserwatora przedstawia równanie (3)

$$\hat{x}(k+1) = A_d \hat{x}(k) + B_d u(k) + K(y(k) - C \hat{x}(k)) \quad (3)$$

Macierz wyjścia C została zmodyfikowana tak, by nie uwzględniać prędkości kątowej belki. Wyjściem z obiektu jest tylko położenie belki oraz odczyt z tachoprądnicy. Na ich podstawie wyznaczana jest brakująca zmienna stanu. Wykres 14 przedstawia efekt działania tak zaprojektowanego obserwatora.



Wykres 14– Efekt działania filtru Kalmana

Obserwujemy zdecydowane zredukowanie zakłóceń będących efektem kwantyzacji odczytów z enkodera. Ponieważ obserwator i obiekt startują z różnych warunków początkowych w początkowych chwilach czasu estymata znacząco różni się od stanu mierzonego.

6.2 Odtwarzanie stałego zakłócenia

Dotychczasowe rozważania na temat obserwatora asymptotycznego były prowadzone przy założeniu, że zakłócenia działające na układ mają zerową wartość średnią. Jest to założenie niepraktyczne, zwłaszcza w przypadku analizy momentów działających na belkę. W poprzednim rozdziale omawiany był problem stałego obciążenia zawieszonego na jednym z jej końców. Standardowy regulator LQ nie radził sobie z taką sytuacją i konieczne było wprowadzenie całki z uchybu jako dodatkowej zmiennej stanu.

Rozwiązanie problemu stałego zakłócenia, jakie przedstawione będzie poniżej w praktyce również sprowadza się do całkowania uchybu i podawania wartości tej całki jako wejście do regulatora. Wykorzystane jednak zostało bardziej formalne podejście do problemu. Założono istnienie dodatkowej zmiennej stanu odpowiedzialnej za moment siły działający na belkę. Zmienna ta wpływa na przyspieszenie kątowe belki (pochodna trzeciej zmiennej stanu). Wzmocnienie jest równe odwrotności momentu bezwładności belki J . Na nią zaś nie oddziałuje ani sterowanie ani żadna inna zmienna stanu. Nie wpływa też na wyjście z systemu. Zakładając, że macierze równań stanu zlinearyzowanego modelu oznaczone były jako A , B , C (macierz bezpośredniego sterowania pominięta), macierze układu rozszerzonego A_e , B_e , C_e przedstawiają się następująco:

$$A_e = \begin{bmatrix} 0 & & & \\ & A & & J^{-1} \\ & & 0 & \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}, B_e = \begin{bmatrix} B \\ 0 \end{bmatrix}, C_e = \begin{bmatrix} C & 0 \\ & 0 \end{bmatrix}$$

Dla tak wyliczonych macierzy przeliczono ponownie macierz Kalmana K . Wymagało to rozszerzenia macierzy M i N . Wyniki obliczeń przedstawiono poniżej:

$$G = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 100 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 \end{bmatrix}, K = \begin{bmatrix} 1.82 & 0 \\ 0 & 0.002 \\ 91.21 & 5 \cdot 10^{-7} \\ 2.855 & -4 \cdot 10^{-7} \end{bmatrix}$$

Efekt działania był podobny do tego, jaki został uzyskany przy regulatorze LQ uwzględniającym całkę z uchybu. Istotną różnicą jest fakt, że istnieje możliwość pomiaru momentu wymuszającego. Znając ten moment, przyspieszenie ziemskie oraz długość ramienia belki istnieje możliwość odtwarzania masy zawieszanej na jej końcu. Przeprowadzono szereg eksperymentów z przedmiotami o znanej masie (wyznaczonej przy pomocy wagi). Okazuje się, że dla obciążenia rzędu kilkunastu gram masa wyznaczona przez obserwator dość dobrze pokrywa się z rzeczywistą masą obiektu. Dla większych obciążeń silnie dają o sobie znać nieliniowości modelu i błąd tak wykonanego pomiaru rośnie.

7 Podsumowanie

7.1 Wykonane elementy projektu

W trakcie ćwiczenia wykonano wszystkie etapy prototypowania regulatora:

- opis matematyczny modelu obiektu sterowania,
- identyfikacja parametrów modelu w oparciu o istniejący obiekt rzeczywisty,
- linearyzacja modelu,
- przygotowanie kompensatora dynamicznego, opartego o:
 - filtr Kalmana,
 - regulator LQ,
- analizę przebiegów powstałych w trakcie pracy regulatora z obiektem.

Przygotowany sterownik, dobrze kontrolował pracę obiektu, stabilizując położenie, minimalizując uchyb regulacji.

7.2 Możliwości rozbudowy/modyfikacji obecnego sterownika

Obecnie sterownik działa bardzo dobrze, dostrzegliśmy jednak parę możliwości poprawienia jego pracy.

- Implementacja nieliniowego obserwatora lub ewentualna zmiana struktury obiektu w obserwatorze, tak żeby jego wejściem stała się siła ciągu (moment ciągu) obliczona dla bieżącej prędkości.
- Zmiana struktury i strojenie parametrów zabezpieczenia AntiWindup.
- Wykorzystanie danych z dodatkowych zmiennych obserwatora jako źródło dodatkowego sterowania (identyfikacja błędów modelowania i ich kompensacja poprzez feedforward).

8 Bibliografia

Bałys, P. (2006, Listopad). *Liniowy moduł robotyczny NSK współpracujący w czasie rzeczywistym z manipulatorem*. Pobrano z lokalizacji http://www.ia.agh.edu.pl/~pgrab/grabowski_files/balys/pracbalse4.xml

Instytut Sterowania i Elektroniki Przemysłowej. (2011). *Materiał na temat stosowanych rozwiązań Anti-Windup*. Pobrano z lokalizacji <http://www.isep.pw.edu.pl/ZakladNapędu/lab-ane/anti-windup.pdf>

Inteco. (2011, 06 11). *Two Rotor Aerodynamical System*. Pobrano z lokalizacji http://www.inteco.com.pl/new1/index.php?option=com_content&view=article&id=25&Itemid=18

9 Spis ilustracji

9.1 Rysunki

Rysunek 1 - Schemat obiektu sterowania	3
Rysunek 2 - Schemat działania metody strojonego modelu	5
Rysunek 3 - Idea eksperymentu służącego wyznaczeniu siły ciągu	7
Rysunek 4 - Model dynamiki prędkości śmigła w funkcji sterowania	11
Rysunek 5 - Schemat używany do porównywania prędkości śmigła w modelu i obiekcie	11
Rysunek 6 - Model helikoptera jako osobny plik mdl	17
Rysunek 7 - Model helikoptera - zawartość	17
Rysunek 8 - Zawartość modelu wahadła	17
Rysunek 9 - Regulator LQ z dodanym całkowaniem	21

9.2 Wykresy

Wykres 1 - Zależność momentu generowanego przez śmigło od sterowania	8
Wykres 2 - Zmierzona zależność prędkości śmigła od sterowania	9
Wykres 3 - Zależność prędkości śmigła od sterowania po obróbce	9
Wykres 4 - Zależność momentu od prędkości śmigła	10
Wykres 5 – Przebiegi dla optymalnej wartości pdc_gain	12
Wykres 6 – Oscylacje swobodne gasnące	14
Wykres 7 – Metoda analityczna – odpowiedź obiektu i modelu	15
Wykres 8 - Zmiana wartości wskaźnika jakości w kolejnych iteracjach	15
Wykres 9 – Metoda strojonego modelu - Odpowiedź obiektu i modelu	16
Wykres 10 - Położenie belki śmigłowca w odpowiedzi na skok	20
Wykres 11 - Porównanie odpowiedzi zakłóconego obiektu w zależności od zastosowanego regulatora	22
Wykres 12 - Wpływ całkowania na odpowiedź układu regulacji na skok	23
Wykres 13– Efekt różniczkowania odczytów z enkodera	24
Wykres 14– Efekt działania filtru Kalmana	25